



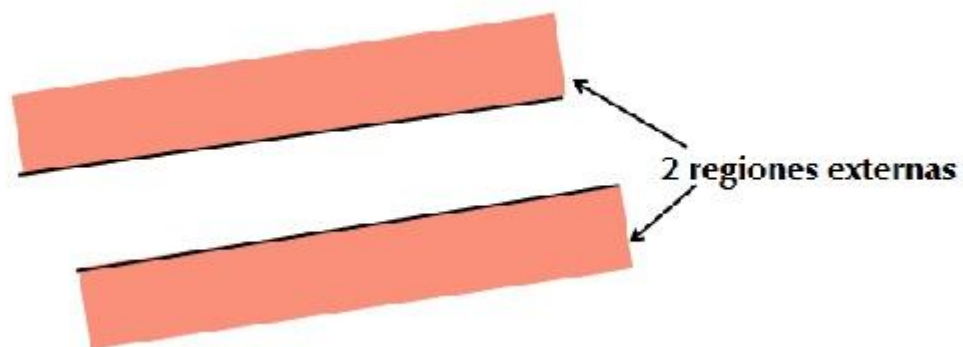
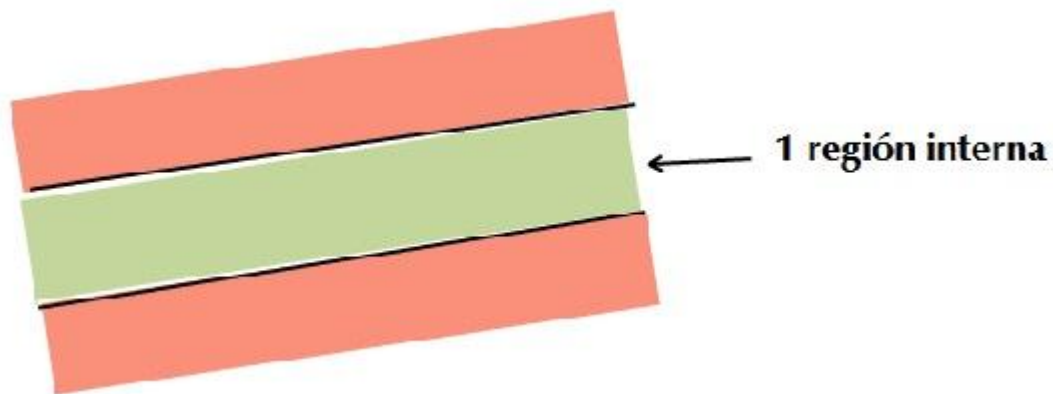
ESCUELA PÚBLICA **digital**
UNIVERSIDAD DE LA PUNTA

Ángulos entre rectas paralelas



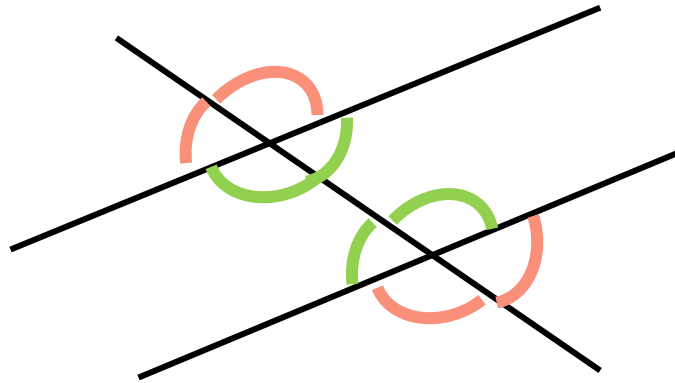
Unidad 1: Ángulos

Cuando se presentan dos rectas paralelas distintas quedan delimitadas 3 regiones:



Unidad 1: Ángulos

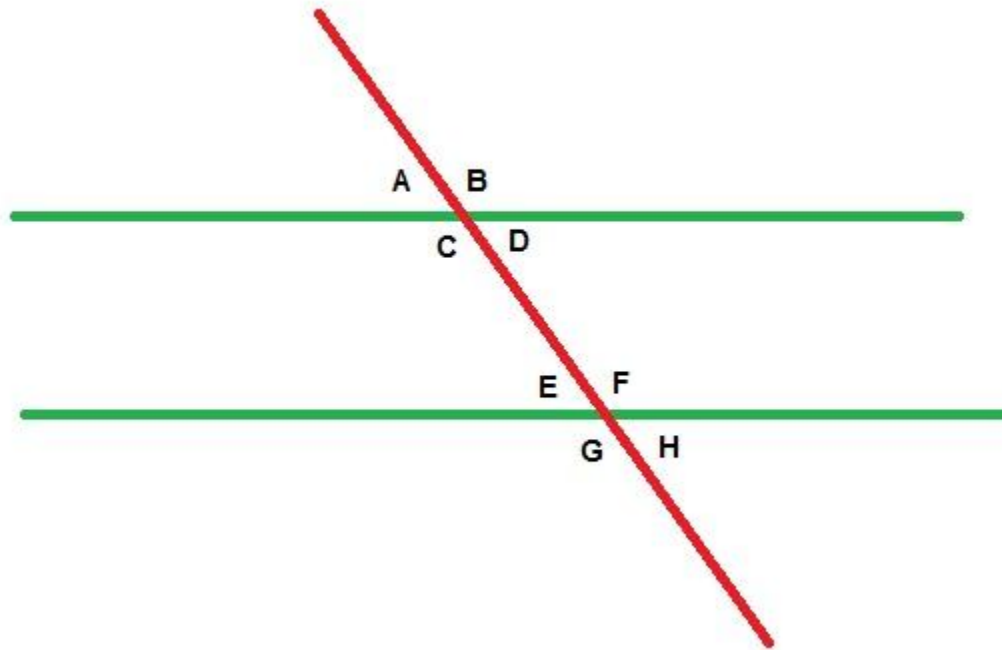
Si las dos rectas paralelas son cortadas por otra (llamada transversal o secante), quedan determinados 8 ángulos:
4 ángulos en la **región interna** y 4 en la **región externa**.



Unidad 1: Ángulos

\hat{A} , \hat{B} , \hat{G} y \hat{H} son los ángulos externos.

\hat{C} , \hat{D} , \hat{E} y \hat{F} son ángulos internos.



ÁNGULOS

CORRESPONDIENTES



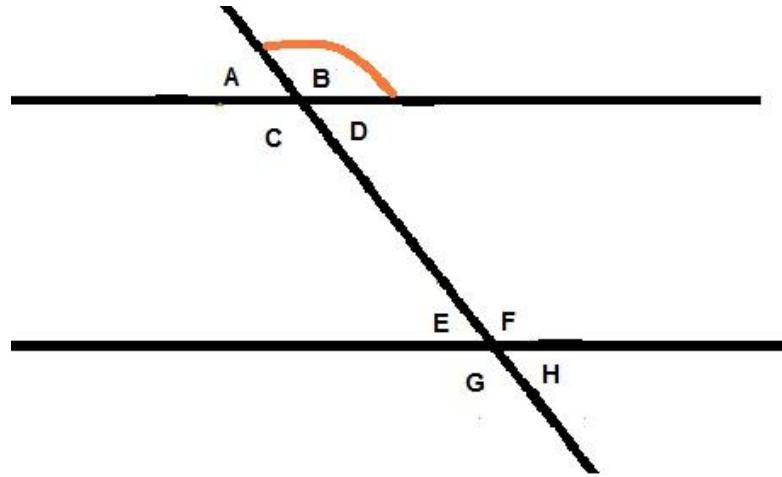
Para que dos ángulos sean correspondientes deben darse a la vez, las siguientes condiciones:

- **Deben encontrarse del mismo lado respecto a la recta que atraviesa a las paralelas.**
- **Si uno es interno el otro será externo y viceversa.**
- **No son adyacentes.**



Unidad 1: Ángulos

Si se quiere saber cuál es el ángulo correspondiente al \hat{B} marcado en la figura, debemos recordar las condiciones que debe cumplir:



1- Deben encontrarse del mismo lado respecto a la recta que atraviesa a las paralelas.

2- Si uno es interno el otro será externo y viceversa.

3- No ser adyacentes.

Para que se cumpla la primera condición descartamos los ángulos A, C, E y G.

Para que se cumpla la segunda condición descartamos el ángulo H, ya que es externo al igual que el ángulo B.

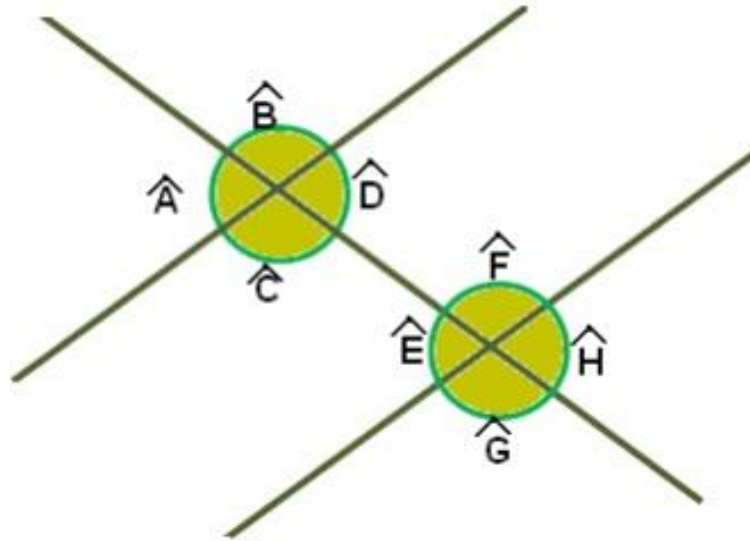
Para que se cumpla la tercera condición descartamos el ángulo D.

Por lo tanto el ángulo \hat{F} es el correspondiente de \hat{B} .

Unidad 1: Ángulos

En general todos los pares de ángulos correspondientes que se forman son:

\hat{A} y \hat{E} , \hat{C} y \hat{G} , \hat{B} y \hat{F} , \hat{D} y \hat{H} .



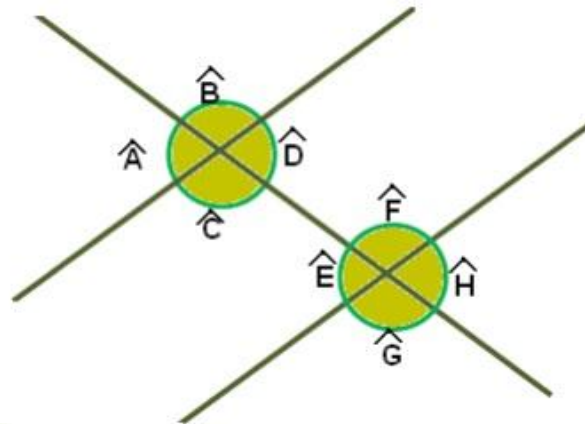
Propiedad:

Los pares de ángulos correspondientes entre paralelas miden lo mismo.



Propiedad: Los pares de ángulos correspondientes entre paralelas miden lo mismo.

Si observas la siguiente figura se puede concluir por la propiedad citada anteriormente que: $\hat{A} = \hat{E}$, $\hat{C} = \hat{G}$, $\hat{B} = \hat{F}$ y $\hat{D} = \hat{H}$.



ÁNGULOS CONJUGADOS



Para que dos ángulos sean conjugados deben darse, a la vez, las siguientes condiciones:

- que se encuentren del mismo lado respecto a la recta que atraviesa a las paralelas,
- que los dos sean internos o los dos sean externos.



Si se quiere saber cuál es el ángulo conjugado a otro, debemos ver su posición respecto a las regiones, entonces habrá:

- **ángulos conjugados internos,**
- **ángulos conjugados externos.**

Dependiendo si se encuentran en las regiones interna o externas respectivamente.



Unidad 1: Ángulos

Trataremos de deducir cuál es el ángulo conjugado del ángulo \hat{A} .

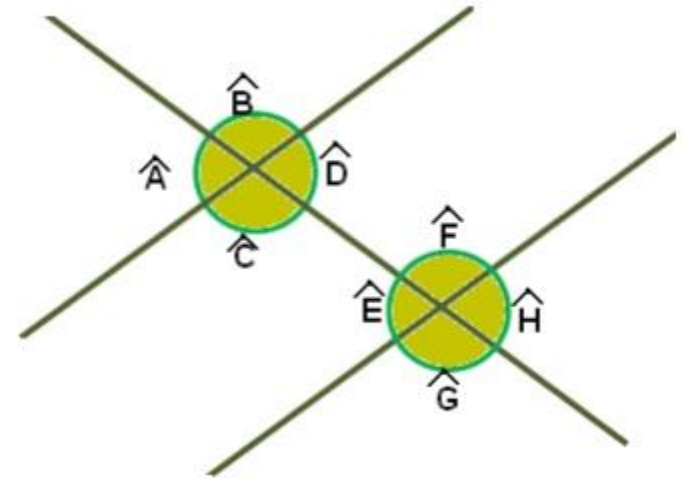
Recordemos que para ser conjugado deben cumplirse dos condiciones:

- 1- **que se encuentren del mismo lado respecto a la recta que atraviesa a las paralelas,**
- 2- **que los dos sean internos o los dos sean externos.**

Para que se cumpla la primera condición se descartan los ángulos B, D, F y H.

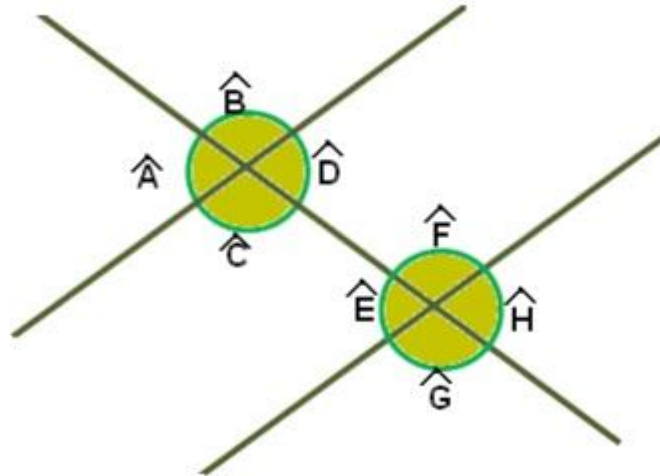
Para que se cumpla la segunda condición se descartan los ángulos C y E por ser internos.

Por lo tanto el ángulo conjugado externo de A es el ángulo G.



Unidad 1: Ángulos

Luego el otro par de ángulos conjugados externos es: \hat{B} y \hat{H}



De manera análoga se razona para los pares de ángulos conjugados internos:
 \hat{D} y \hat{F} ; \hat{C} y \hat{E}

Propiedad:
Los ángulos conjugados entre paralelas son suplementarios.

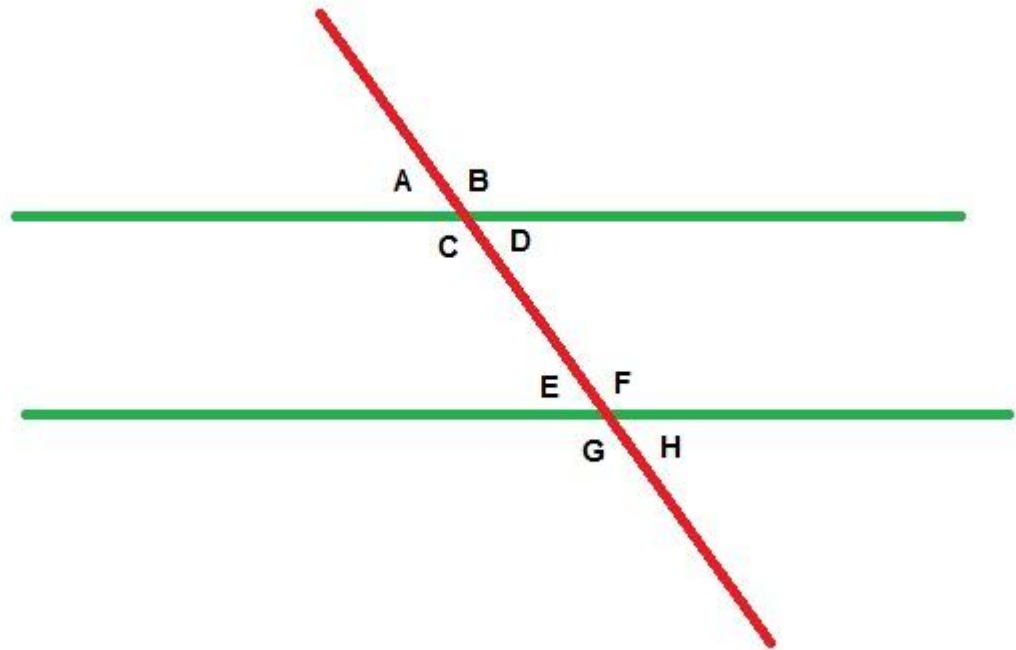
Entonces:

$$\hat{A} + \hat{G} = 180^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{H} = 180^\circ$$

$$\hat{C} + \hat{E} = 180^\circ$$

$$\hat{D} + \hat{F} = 180^\circ$$



Unidad 1: Ángulos

Ejemplo:

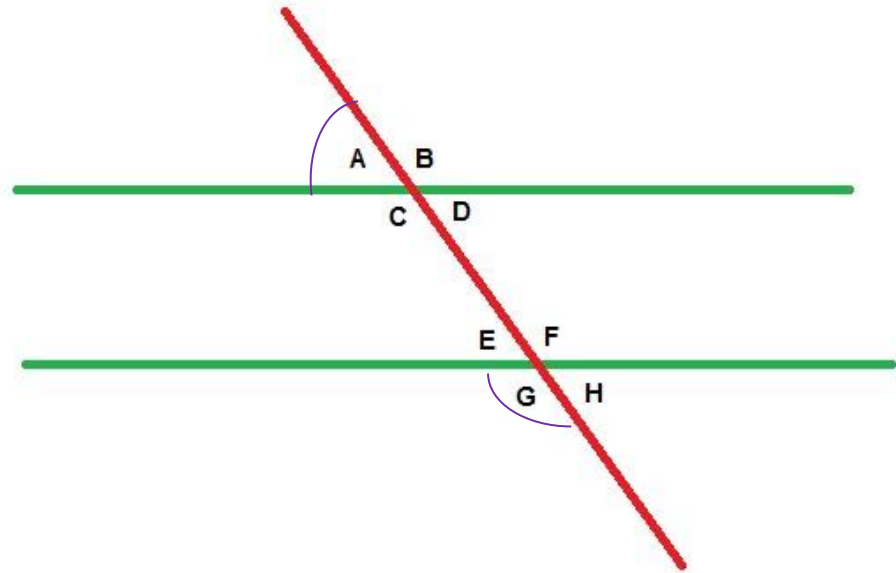
$$\text{Si } \hat{A} = 70^\circ$$

Entonces

$$\hat{G} = 110^\circ \text{ ya}$$

$$\text{que } \hat{A} + \hat{G} = 180^\circ$$

Por conjugados externos



ÁNGULOS ALTERNOS



Unidad 1: Ángulos

Dos ángulos entre paralelas son alternos siempre que se cumplan a la vez las condiciones que siguen:

- ❖ **que se encuentren en lados distintos de la transversal,**
- ❖ **que sean los dos internos o los dos externos,**
- ❖ **que no sean adyacentes.**

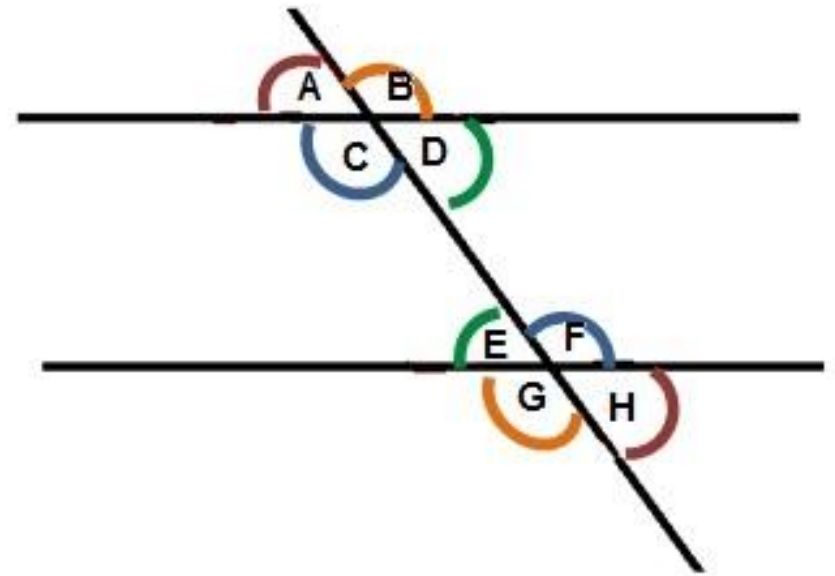


Unidad 1: Ángulos

Teniendo en cuenta la siguiente figura y la definición se concluye que:

\hat{D} y \hat{E} ; \hat{C} y \hat{F} son alternos internos

\hat{A} y \hat{H} ; \hat{B} y \hat{G} son alternos externos



Propiedad

Los ángulos alternos internos entre paralelas son iguales.
Los ángulos alternos externos entre paralelas son iguales.

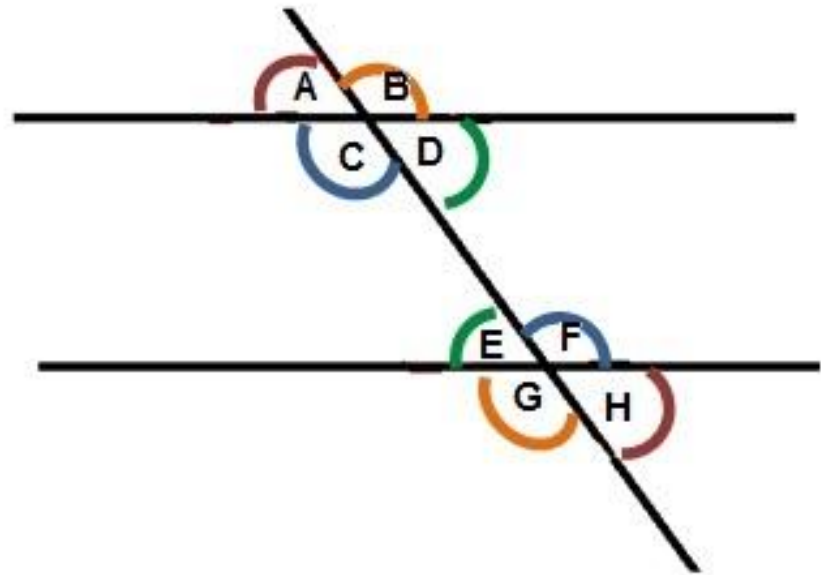
Por lo tanto:

$$\hat{F} = \hat{C}$$

$$\hat{D} = \hat{E}$$

$$\hat{A} = \hat{H}$$

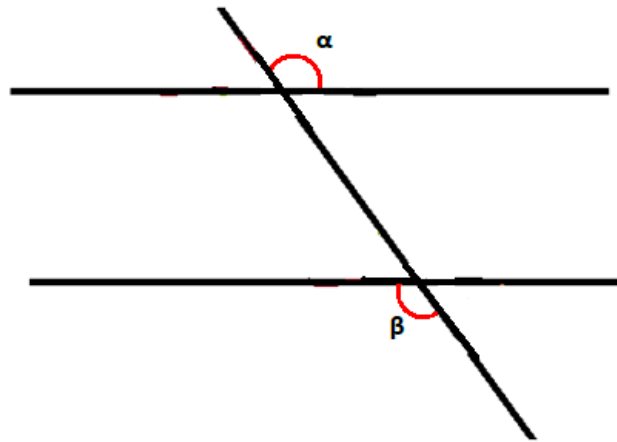
$$\hat{B} = \hat{G}$$



Unidad 1: Ángulos

Ejemplo:

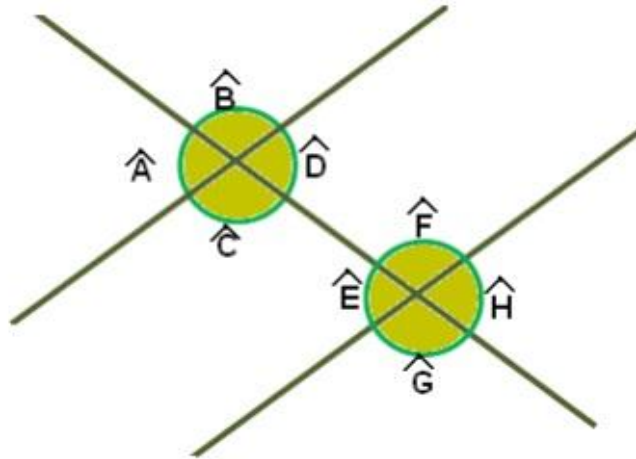
si $\hat{\alpha} = 123^\circ$, entonces $\hat{\beta}$ también mide 123° ya que esos ángulos son alternos externos.



Unidad 1: Ángulos

A continuación veremos un ejemplo en donde se conoce uno de los ocho ángulos y se deben averiguar la medida de los restantes.

Sabiendo que $\hat{A} = 72^\circ$, calcular la medida de los siete ángulos restantes.



- El ángulo D mide 72° , ya que es opuesto por el vértice.
- El ángulo H mide 72° ya que es alterno externo al ángulo A.
- El ángulo E mide 72° ya que es correspondiente al ángulo A.
- El ángulo B, mide $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$, ya que es suplementario del ángulo A.
- El ángulo G mide 108° , ya que es alterno externo al ángulo B.
- El ángulo F mide 108° , ya que es correspondiente al ángulo B.
- El ángulo C mide 108° por ser opuesto por el vértice del ángulo B.